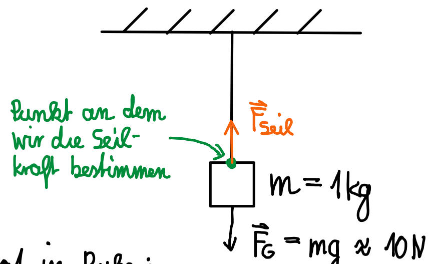
Übungsserie 3

Wiederholung Seilkräfte

- betrachten wir zunächst ein an der Decke befestigtes Seil:
  ↳ für einen beliebigen Punkt im Seil gilt (Newton II)

  $\vec{F}_{Seil} + \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$ ← Beschleunigung des Seils

  ↑ Seilkraft ↑ externe Kraft

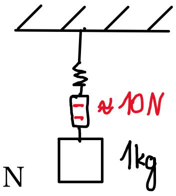


↷ Das Seil hängt in Ruhe:

$\vec{F}_{Seil} + \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow F_{Seil} - F_G = 0$

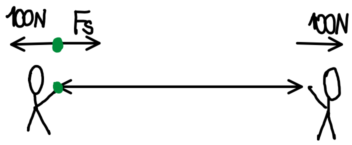
$\Rightarrow F_{Seil} = F_G = 10N$

- anschaulich: Wir stellen uns vor, an dem Punkt sei ein Federkraftmesser befestigt



Frage:

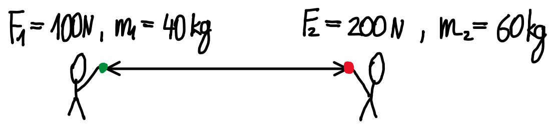
- Wie groß ist die Seilkraft, festmache und dort mit 100 N ziehe? - Antwort: 100 N
- Wie groß ist die Seilkraft, wenn zwei Menschen jeweils an einem Ende mit 100 N ziehen? - Antwort: 100 N, nicht 200 N!
- Was ändert sich, wenn eine Person mit 200 N zieht?



Um dieses Problem zu lösen, müssen wir die Massen der Personen mit angeben.

→ Berechne zunächst Gesamtbeschleunigung $F_{tot} = F_2 - F_1 = 100N$

→ $a = \frac{F_{tot}}{m_1 + m_2} = 1\,\frac{m}{s^2}$



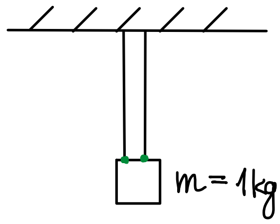
- Berechne nun die Kraft im Seil: • $F_S - 100N = m_1 a \Rightarrow F_S = m_1 a + 100N = 40kg \cdot 1\frac{m}{s^2} + 100N = 140N$

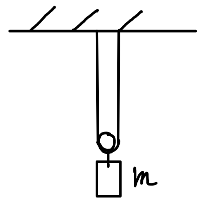
  • $F_S - 200N = -m_2 a \Rightarrow F_S = -m_2 a + 200N = -60kg \cdot 1\frac{m}{s^2} + 200N = 140N$

- Wie groß ist die Seilkraft, wenn die Masse an zwei Seilen hängt?

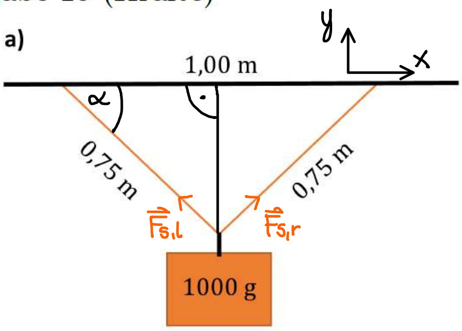
→ die Seilkraft teilt sich auf beide Seile auf.

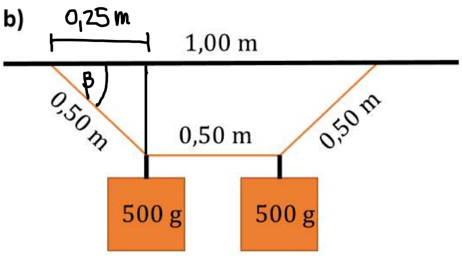
→ gleiches Prinzip bei Verwendung einer losen Rolle!





***Aufgabe 10 (Kräfte)**





a) In Abbildung a) ist eine Masse von 1000 g genau in der Mitte eines 1,5 m langen Seils aufgehängt. Die Enden des Seils sind an zwei Punkten im Abstand von 1 m an der Decke befestigt. Wie groß sind die Zugkräfte in den beiden Seilabschnitten?

b) Das 1000 g wird entfernt, und am Seil werden zwei Massen mit jeweils 500 g so aufgehängt, so dass die Längen der drei Seilabschnitte gleich sind (Abbildung b)). Wir groß sind die Zugkräfte in den drei Seilabschnitten?

$$\cos\alpha = \overbrace{\frac{0{,}5\,\mathrm{m}}{0{,}75\,\mathrm{m}}}^{2/3} = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

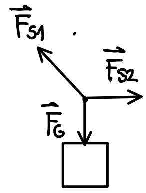
$$\cos\beta = \frac{0{,}25\,\mathrm{m}}{0{,}5\,\mathrm{m}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 60°$$

a) $\vec{F}_G + \vec{F}_{S,l} + \vec{F}_{S,r} = 0 \qquad \vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_{S,l} = F_{S,l}\begin{pmatrix} -\cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_{S,r} = F_{S,r}\begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$

- Die Kraftbilanz in x-Richtung liefert $F_{S,l} = F_{S,r} = F_S$

  ↳ folgt ebenso aus der Symmetrie des Problems
- y-Richtung: $mg = 2F_S \sin\alpha \Rightarrow F_S = \frac{mg}{2\sin\alpha} = \frac{1\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2/3\,\sqrt{5}} = \underline{\underline{6{,}58\,N}}$

b) Wir stellen für die linke Masse wieder die Kraftbilanz auf.



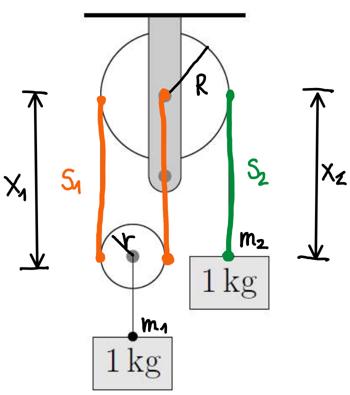
$\vec{F}_G + \vec{F}_{S1} + \vec{F}_{S2} = 0 \qquad \vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ -\tilde{m}g \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_{S1} = F_{S1}\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad \vec{F}_{S2} = F_{S2}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ „x": $F_{S2} = F_{S1}\cos\beta = \frac{F_{S1}}{2}$

„y": $F_{S1}\sin\beta = \tilde{m}g \Rightarrow F_{S1} = \frac{\tilde{m}g}{\sin\beta} = \frac{2\tilde{m}g}{\sqrt{3}} = \frac{2\cdot 0{,}5\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{\sqrt{3}} = \underline{\underline{5{,}66\,N}}$

$\Rightarrow F_{S2} = \underline{\underline{2{,}83\,N}}$

*Aufgabe 11 (Kräfte)



Berechnen Sie die Beschleunigung der an dem Flaschenzug angehängten identischen Massen (1 kg) aufgrund der Erdanziehung! Wie groß ist die Zugkraft, die das Seil aushalten muss? (siehe Abbildung links)

Seillänge $L = S_1 + \pi r + \pi R + S_2 = \text{const.}$

$\Rightarrow S_1 + S_2 = \text{const.}$ die Längen sind proportional zur Position der Massen

$2x_1 \propto S_1 \qquad x_2 \propto S_2$

$\Rightarrow 2x_1 + x_2 = \text{const.}$ durch zweifaches Ableiten erhalten wir

$\Rightarrow 2a_1 + a_2 = 0 \quad *$

- Kraftbilanz bei Masse 1: $2F_S - mg = ma_1$ (zweimal die Seilkraft aufgrund der Rolle)

  Masse 2: $F_S - mg = ma_2$ $\quad - 2\cdot(2)$

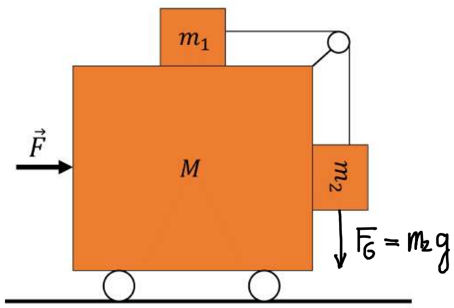
  $a_2 = -2a_1$

  $mg = m(a_1 - 2a_2) \overset{*}{=} 5ma_1$

  $\Rightarrow \underline{\underline{a_1 = \frac{g}{5}}} \Rightarrow \underline{\underline{a_2 = -\frac{2g}{5}}} \qquad \Rightarrow F_S = ma_2 + mg = \underline{\underline{\frac{3}{5}mg}}$

*Aufgabe 12 (Kräfte)

Betrachten Sie das in der Abbildung gezeigte System. Welche Kraft $\vec{F}$ muss auf den Wagen mit Masse M wirken, damit sich alle drei Massen relativ zueinander nicht bewegen? Vernachlässigen Sie Reibung. Das Seil ist als masselos zu betrachten.



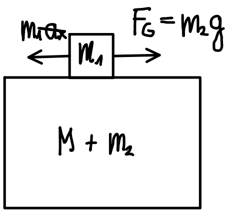
- wirkt die Kraft F auf den Wagen, so wird das Gesamtsystem beschleunigt

  $F = (m_1 + m_2 + M)\, a_x \qquad (1)$

- da m_1 und M nicht fest miteinander verbunden sind wird m_1 im Bezugsystem des Wagens scheinbar nach hinten beschleunigt.

  ↳ damit sich m_1 relativ zum Wagen nicht bewegt, muss die Zugkraft von m_2 diese Kraft kompensieren

  $m_1 a_x = m_2 g \quad \Rightarrow a_x = \frac{m_2}{m_1} g$



- setzen wir das oben ein, so ergibt sich

  $\underline{\underline{F = (m_1 + m_2 + M)\frac{m_2}{m_1} g}}$

Zusatz: Wie groß ist die Seilkraft für den Fall, dass der Wagen ruht.

- die Beschleunigung der beiden Massen m_1 und m_2 ist nach Newton II: $F = m_2 g = (m_1 + m_2)\, a$

  $\Rightarrow a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

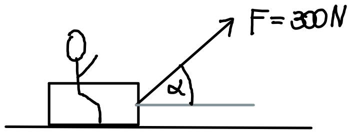
- die einzige auf m_1 wirkende Kraft ist die Seilkraft F_S: $\Rightarrow F = F_S = m_1 a = \underline{\underline{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}}$

Aufgabe 13 (Kräfte)

Ein Vater zieht einen Schlitten ($m_1 = 5\,\mathrm{kg}$), auf dem sein Sohn sitzt ($m_2 = 20\,\mathrm{kg}$). Dabei zieht er unter einem Winkel von 45° gegen die Horizontale mit einer Kraft von $30\,\mathrm{N}$ an einem (masselosen) Seil, welches mit dem Schlitten verbunden ist. Die Reibung zwischen Schlitten und Boden kann vernachlässigt werden.

a) Wie groß ist die Beschleunigung des Schlittens in Vorwärtsrichtung?

b) Wenn der Schlitten während der Bewegung auf einer Waage stehen würde, um wieviel geringer wäre sein angezeigtes Gewicht?



$m = m_1 + m_2 = 25\,\mathrm{kg}$

a.) Kraftkomponente in x-Richtung: $F_x = F\cos\alpha = m \cdot a_x$

$\Rightarrow a_x = \frac{F\cos\alpha}{m} = \frac{30N}{25\,kg \cdot \sqrt{2}} \approx 0{,}85\,\frac{m}{s^2}$

b.) Wir müssen die Vertikale Kraftkomponente von der Gewichtskraft subtrahieren

$F_{Waage} = F_G - F_y = mg - F\sin\alpha = 25\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} - \underbrace{30N\,\frac{1}{\sqrt{2}}}_{\text{reduzierte Gewichtskraft}} \approx 224\,N$

$\Rightarrow$ reduzierte Masse $m_{red} = \frac{F_G - F\sin\alpha}{F_G}\,m \approx 22{,}8\,kg$

Aufgabe 14 (Kräfte)

a) Beim Flaschenzug kann man mit geringem Kraftaufwand große Kräfte wirken lassen. Wie passt dies mit der Energieerhaltung zusammen? Wo liegen die Grenzen dieses Verfahrens.

b) Baron von Münchhausen hat sich (samt Pferd) angeblich an den eigenen Haaren aus einem Sumpf gezogen. Warum geht das nicht?

c) Otto v. Guericke ließ 1657 zwei Halbkugeln zu einer Kugel von 42 cm Durchmesser zusammensetzen und entzog dieser die Luft. Je 8 Pferde zu beiden Seiten sollten die Kugelhälften auseinanderziehen, um die Kraft des Luftdrucks zu demonstrieren. Hätte er dieselbe Kraftwirkung auch mit weniger Pferden zeigen können?

a.) Das was man an Kraft spart muss man an Weg hinzufügen
↳ man kann dies jedoch nicht ins Unendliche treiben, da:
- für die nicht reibungsfreie Rotation jeder Rolle wird ein Drehmoment benötigt, das reduziert die hebende Kraft
- das Seil besitzt selbst eine Masse → $F_{G,Seil} \propto$ Länge

b.) nach Newton III bewirkt das Ziehen an den Haaren eine gleich große Gegenkraft → $\sum_i \vec{F}_i = 0$
nach Newton I ändert sich die Bewegung des Barons nicht

c.) Ja, man kann die eine Halbkugel an einer Wand verankern und nur mit 8 Pferden an der anderen Seite ziehen. Nach Newton III bewirkt die Wand eine gleich große Gegenkraft